

«6D075100 – Информатика, есептеу техникасы және басқару»
мамандығының PhD докторанты Алтыбай Аршынның
**«Сингулярлы коэффициентті гиперболалық типтегі теңдеулерді
модельдеуге арналған жоғары өнімді параллель алгоритмдер мен
бағдарламалық кешен құру: цунами және акустикалық толқындардың
таралуы» тақырыбындағы диссертациялық жұмысына**

АҢДАТПА

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Қазіргі кезде кездейсоқ пайда болатын және тез өзгеретін физикалық құбылыстар орасан зор экологиялық және экономикалық проблемаларға алып келедуде. Сондықтан мұндай процестерді модельдеу өте өзекті мәселе болып табылады. Осындай есептердің көпшілігі сингулярлы коэффициенттері бар гиперболалық типтік теңдеулермен модельденеді.

Шварцтың дистрибутивті, сингулярлы коэффициентті теңдеулердің классикалық шешімінің жоқ екендігі туралы әйгілі еңбегінен кейін осындай есептерді шешу ашық проблема болып табылады, көптеген зерттеушілер мұндай есептерді шешудің әртүрлі жолдарын ұсынуда, бұл жұмыста сондай әлістердің бірі өте әлсіз шешімдер тұжырымдамасы қолданылады. Яғни бұл жұмыста сингулярлы коэффициентті цунами теңдеуінің өте әлсіз шешімі бар екені және оның жалғыздығы, дәйектілігі туралы теориялық зерттеуде қарастырылған.

Жоғарыдағыдай тез өзгеретін физикалық құбылыстарды ұзақ уақыт және үлкен аумақта модельдеу үлкен есептеу ресурстарын және көп уақытты қажет етеді, егер есептеу алгоритмі тізбекті болса онда ол өте көп уақыт алуы мүмкін мұндай жағдайда параллельді есептеудің маңыздылығы артады.

Қазіргі таңда соңғы үлгідегі дербес компьютерлердің гетерогенді болуы және есептеу қуаттарының әжептәуір жоғары болуы параллельді алгоритмдердің де сол құрылғыларға сай ыңғайлануын талап етуде яғни жоғары өнімді параллельді алгоритмдердің әзірленуін талап етуде, осыған байланысты жаңа параллельдеу алгоритмдерін әзірлеудің өзектілігі жыл сайын артуда.

Көптеген инженерлік және ғылыми қосымшалар көбіне айнымалы коэффициентті теңдеулердің көп мөлшерін параллельді шешуді қажет етеді. Бұл диссертациялық жұмыстың басты мақсаты - әр түрлі заманауи параллельді процессорлық архитектуралардың есептеу қуатын жаңа алгоритмдер мен шешімдерді ұсыну арқылы кейбір математикалық есептердің есептеу жылдамдығын арттыру үшін пайдалану.

Диссертациялық жұмыстың мақсаты. Цунами және акустикалық толқын теңдеулері сияқты сингулярлы коэффициентті гиперболалық теңдеулерді сандық шешудің параллельді алгоритмдерін және бағдарламалық қамтамасын әзірлеу.

Диссертациялық жұмыстың мақсатын жүзеге асыратын зерттеу міндеттері:

1) гиперболалық типтегі бір өлшемді және екі өлшемді теңдеулерінің ақырлы айырымдық схемаларын әзірлеу және талдау, сонымен қатар теңдеулерге арналған айқын емес айырымдылық схемасын зерттеу;

2) цунами мен акустикалық толқын теңдеуін айқын емес ақырлы айырымдылық схемасын қолдану арқылы сандық шешу;

3) CUDA және MPI технологияларын қолдана отырып, тізбекті алгоритмдерді параллельдеу ;

4) сингулярлы коэффициентті толқын теңдеуін зерттеуге арналған программалық қамтама әзірлеу.

Зерттеу нысаны. Жоғары өнімді параллельді есептеулер, сандық әдістер, параллельді программалау технологиялары, сингулярлы коэффициентті гиперболалық типті теңдеулер, ақырлы айырымдылық схемалары, программалық қамтама құру құралдары.

Зерттеу пәні. Сандық анализ, сандық әдістер, үш дианональді жүйелерді шешудің параллель сандық әдістері , программалық қамтама технологиялары.

Ғылыми жаңалық. Цунами теңдеуінің өте әлсіз шешімдерінің бар екендігін, бірегейлігі мен дәйектілігін дәлелдеу және сандық модельдеу арқылы негіздеу.

Сингулярлы коэффициентті екі өлшемді толқын теңдеудің сандық шешудің параллель алгоритмін, айқын емес айырымдылық схемасы негізінде MPI технологиясын қолдану арқылы әзірлеу.

Екі өлшемді цунами теңдеуін сандық шешудің параллель алгоритмін айқын емес айырымдылық схемасы негізінде CUDA технологиясын қолдану арқылы әзірлеу.

Акустикалық екі өлшемді толқын теңдеуін сандық шешудің параллель гибридтік алгоритмін айқын емес айырымдылық схемасы негізінде әзірлеу.

Сингулярлы коэффициенттері бар гиперболалық теңдеуді сандық шешуге және зерттеуге арналған кросс-платформалық ашық кодты программалық қамтама әзірлеу.

Қорғауға шығарылған негізгі тұжырым.

- Цунами теңдеуінің өте әлсіз шешімдерінің бар екендігін, бірегейлігі мен дәйектілігін дәлелдеу және сандық модельдеу арқылы негіздеу.
- MPI технологиясын қолдана отырып, сингулярлы коэффициентті екі өлшемді толқын теңдеуін сандық шешуге арналған параллельді есептеу алгоритмі.
- CUDA технологиясын қолдана отырып, екі өлшемді цунами теңдеуін сандық шешудің параллель алгоритмі.
- Екіөлшемді акустикалық толқын теңдеуін сандық шешуге арналған параллель гибридті алгоритмі.
- Гиперболалық теңдеулерді сингулярлы коэффициенттермен сандық зерттеуге арналған программалық қамтама.

Бұл жұмыстың **теориялық маңыздылығы** цунами теңдеуінің өте әлсіз шешімдерінің болуында, бірегейлігі мен дәйектілігін теориялық түрде дәлелдеу және сандық модельдеу арқылы негіздеу.

Практикалық маңыздылығы мынадай болып табылады :

Сингулярлы коэффициентті гиперболалық теңдеулерді сандық шешу үшін әзірленген параллель алгоритмдер, Каспий теңізіндегі цунамиді модельдеу үшін қолданылады. Әзірленген программалық қамтаманы ғылымның әр түрлі салаларында біртекті емес ортадағы толқындарды сандық модельдеуге, зерттеуге қолдануға болады.

Жұмыстың көлемі мен құрылымы. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, 3 тараудан және қорытындыдан, пайдаланылған әдебиеттер тізімі мен қосымшадан тұрады. Дипломдық жұмыстың жалпы көлемі 99 бет, 40 сурет, 8 кесте. Пайдаланылған әдебиеттер тізімі 89 әдебиеттен тұрады.

Кіріспеде диссертациялық жұмыс тақырыбының өзектілігі, мақсаттары, сондай-ақ осы мақсатқа жету міндеттері талқыланады. Бүгінгі күнге дейін алынған нәтижелер, олардың ғылыми жаңалығы мен маңызы сипатталған.

Бірінші тарауда цунами және акустикалық толқын теңдеулері сияқты сингулярлы коэффициенттері бар гиперболалық теңдеулердің математикалық модельдерін ұсынамыз. Содан кейін дербес туындылы дифференциалдық теңдеулерді ақырлы айырымдылық схемаларына түрлендіреміз. Айқын және айқын емес ақырғы айырымдылық схемаларын салыстырамыз, салыстыру нәтижесінде біз әрі қарай есептеулер жүргізу үшін айқын емес схеманы таңдаймыз. Цунами теңдеуінің өте әлсіз шешімі бар екенін және шешімнің жалғыздығын, дәйектілігін теориялық түрде дәлелдейміз және оны сандық модельдеу арқылы негіздейміз.

Осы тараудың соңында біз өз моделімізді қолданып, Каспийдегі цунамиді зерттеп, сандық модельдеу жасап, алғашқы толқынның биіктігіне байланысты цунамидің жағаға қанша биіктікте жететіне туралы әртүрлі болжамдар жасаймыз.

Екінші тарауда гиперболалық толқын теңдеулерінің параллель сандық орындалуын қарастырамыз. Біріншіден, біз сингулярлы коэффициентті екі өлшемді толқын теңдеуін сандық шешудің тізбекті алгоритмін MPI технологиясын қолданып параллельдеуді ұсынамыз мұнда ең алдымен біз коэффициент сингулярлы болған кезде оны регуляризация жасау жолын көрсетеміз және сосын регуляризация жасалған теңдеуді айқын емес айырымдылық схемасы негізінде Томас әдісімен шығарамыз және әртүрлі графиктер аламыз, одан кейін Яненко ұсынған әдіспен томас алгоритмін MPI ортасында жүзеге асырып, оны ҚазҰТЗУ кластерінде тестілеу жасаймыз. Алынған нәтижелерді ұсынамыз.

Екіншіден, біз екі өлшемді цунами теңдеуін сандық шешудің параллельді алгоритмін CUDA технологиясын қолданып жүзеге асырамыз мұндада жүзеге асырылу айқын емес айырымдылық схемасы негізінде циклдік редукция әдісін қолданып параллельдейміз және сәйкес есептеу нәтижелерін ұсынамыз .

Осы тараудың соңында біз акустикалық толқын теңдеуін параллелдеудің гибриді алгоритмін ұсынамыз, содан кейін әр түрлі есептеу нәтижелерін салыстырамыз.

Гибридті іске асыруда, біз, OpenMP, CUDA және MPI технологияларын бірге қолдану арқылы жүзеге асырамыз, есептеу нәтижесі бұл алгоритмнің жақсы нәтиже беретіндігін көрсетеміз.

Үшінші тарауда сингулярлық коэффициенттері бар толқын теңдеуін зерттеуге арналған программалық қамтама сипатталған. Бұл заманауи Python программалау тілдерінде жазылған ашық кодды, кросс-платформалы программалық қамтама. Бұл программалық қамтама гиперболалық теңдеулерді сингулярлық коэффициенттермен зерттейтін зерттеушілерге көмектеседі.

Қорытындыда диссертациялық жұмыстың қорытындылары келтірілген.

Зерттеу нәтижелерінің апробациясы. Ғылыми зерттеу жұмысының нәтижелері әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің информатика кафедрасының ғылыми семинарларында талқыланды және келесі халықаралық конференцияларда баяндамалар жасалды:

1. Студенттер мен жас ғалымдардың «Фараби әлемі» атты халықаралық ғылыми конференция, Алматы, Қазақстан, 10-12 сәуір, 2018 жыл
2. «Төртінші өнеркәсіптік революция жағдайындағы дамудың жаңа мүмкіндіктері» атты ҚР Президенті Н. Назарбаевтың Жолдауын іске асыру шеңберінде «Көліктегі инновациялық технологиялар: білім, ғылым, тәжірибе» атты XLII Халықаралық ғылыми-практикалық конференция, 18 сәуір 2018 жыл
3. «Фараби әлемі» атты студенттер мен жас ғалымдардың халықаралық ғылыми конференция, Алматы, Қазақстан, 6-9 сәуір 2020 жыл

Басылым. Диссертация тақырыбы бойынша 12 басылым жарық көрді, оның ішінде 4 мақала ҚР БҒМ ККСОН ұсынған басылымдарда, 3 мақала SCOPUS халықаралық цитаталар базасына енген рецензияланған журналдарда, 3 тезис халықаралық конференциялар жинағында жарық көрді.

1. Altybay A., Ruzhansky M., Tokmagambetov N. Wave equation with distributional propagation speed and mass term: numerical simulations. // Applied Mathematics E-Notes. – 2019. – Vol. 19. – P. 552-562. (Scopus, Q3)
2. Altybay A., Ruzhansky M., Tokmagambetov N. A parallel hybrid implementation of the 2D acoustic wave equation // *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*. – 2020. – Vol. 21, Iss. 7-8. – P. 821-827 (Scopus, Q2)

3. Altybay A., Ruzhansky M., Sebih M. E., Tokmagambetov N. Fractional Klein-Gordon equation with singular mass // *Chaos, Solitons & Fractals*, 2021. – Vol. 143. – P. 110579-110647. (Scopus, Q1)
4. Altybay A., Ruzhansky M., Sebih M. E., Tokmagambetov N The heat equation with strongly singular potentials // *Applied Mathematics and Computation*, – 2021. – Vol. 399. – P. 126-132. (Scopus, Q1)
5. Altybay A., Ruzhansky M., Sebih M. E., Tokmagambetov N. Fractional schrödinger equation with singular potentials // *Reports on Mathematical Physics*, . – 2021. – Vol. 87. №1. – P. 129-144 (Scopus, Q3)
6. Arshyn Altybay, Niyaz Tokmagambetov. On numerical simulations of the 1D wave equation with a distributional coefficient and source term. International Journal of Mathematics and Physics. Al-Farabi Kazakh national university. Volume 8, Number 2, 2017. ISSN 2218-7987.
7. Altybay A., Tokmagambetov N. A parallel algorithm for solving the two-dimensional wave equation with a singular coefficient // *KazNTU Bulletin*. – 2019. – Vol. 1. – P. 404-410.
8. Altybay A., Tokmagambetov N. MPI parallel implement of a wave equation using an implicit finite difference scheme. // *KBTU Bulletin*. – 2020. №1(52). – P. 112-120.
9. Altybay A., Tokmagambetov N. GPU computing for 2d wave equation based on implicit finite difference schemes // *Bulletin NIA RK*. – 2020. №3(77). – P. 32-42.
10. Altybay A. Numerical simulation of one hyperbolic type equation with a delta-like coefficient // International Scientific Conference of Students and Young Scientists «Farabi alemi», Almaty, Kazakhstan, – 2018. – P. 188-189.
11. Altybay A. On numerical simulations of the 1d wave equation with a distributional coefficient. comparison of the cases with neumann and dirichlet boundary conditions // XLII Международной научно-практической конференции на тему: «Инновационные технологии на транспорте: образование, наука, практика». – 2018. – Vol. 2. – P. 323-324.
12. Altybay A. Numerical simulation of tsunami equation and GPU computing // International Scientific Conference of Students and Young Scientists «Farabi alemi», Almaty, Kazakhstan. – 2020. – P. 10-11.